第1問 (必答問題)(配点 40)

〔1〕 aを定数とし，２次関数

$$y = -x^2 + (2a - 5)x - 2a^2 + 5a + 3$$

のグラフをCとする。

(1) グラフCの頂点の座標は

$$\left(\frac{2a - \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ \frac{-4a^2 + \boxed{\text{ウエ}}}{4} \right)$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。)

(2) グラフ C と x 軸が異なる 2 点で交わるための a の範囲は

$$-\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} < a < \frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots①$$

である。

(3) a は ① を満たす整数とする。このとき，グラフ C と x 軸との二つの交点の x 座標がともに整数となるのは，$a = \boxed{\text{ク}}$ または $a = \boxed{\text{ケコ}}$ の場合であり，その場合に限る。$a = \boxed{\text{ケコ}}$ のとき，交点の x 座標は $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ は解答の順序を問わない。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕 一つのさいころを2回続けて投げ，出た目の数を順に a，b とするとき，$u = \dfrac{a}{b}$ とおく。

(1) $u = 1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(2) $u > 1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(3) u が整数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

(4) T を次で定義する。

u が整数になる場合 $\begin{cases} u \text{ が偶数ならば } T = u \\ u \text{ が奇数ならば } T = 1 \end{cases}$

u が整数にならない場合 $T = 0$

このとき，T の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。

第2問 (必答問題)(配点 40)

〔1〕 m, n を整数とする。x の整式

$$A = x^3 + mx^2 + nx + 2m + n + 1$$

を考える。

(1) x の整式 B を

$$B = x^2 - 2x - 1$$

とする。A を B で割ると，商 Q と余り R はそれぞれ

$$Q = x + \left(m + \boxed{\text{ア}}\right)$$

$$R = \left(2m + n + \boxed{\text{イ}}\right)x + \left(3m + n + \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。

また，$x = 1 + \sqrt{2}$ のとき，B の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり，さらにこのとき，A の値が -1 であるならば，m，n は整数だから，

$$m = \boxed{\text{オ}},\quad n = \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

x がどのような奇数であっても A の値が常に偶数になるための必要十分条件は $\boxed{\text{ク}}$ となることである。

⓪ m が奇数	① n が奇数	② $m-n$ が奇数
③ m が偶数	④ n が偶数	⑤ $m-n$ が偶数

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

〔2〕 平面上に2点O，Pがあり，OP $=\sqrt{6}$ である。点Oを中心とする円Oと点Pを中心とする円Pが，2点A，Bで交わっている。円Pの半径は2であり，$\angle \mathrm{AOP} = 45^\circ$ である。このとき，円Oの半径は

$$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} + \boxed{\text{コ}} \quad \text{または} \quad \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$$

である。

以下，円Oの半径が $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$ のときを考える。

$$\mathrm{AB} = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

また，OA の A 側への延長と円 P との交点を C とするとき，三角形 ABC について，

$$\angle \mathrm{BAC} = \boxed{\text{スセソ}}^\circ, \quad \mathrm{BC} = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第3問 (選択問題)(配点　20)

(1)　整数からなる等比数列$\{a_n\}$が，$a_1 + a_2 = 32$，$a_4 + a_5 = 864$を満たしている。このとき，

$$a_n = \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}^{\,n-1}$$

であり，

$$\sum_{k=1}^{n} (a_k + 4k - 2) = \boxed{\text{ウ}} \cdot \boxed{\text{エ}}^{\,n} + \boxed{\text{オ}}\,n^2 - \boxed{\text{カ}}$$

となる。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(2) 分数 $\dfrac{9}{37}$ を小数で表したときに小数第 n 位に現れる数を b_n とする。すべての自然数 n に対して $b_{n+p} = b_n$ となる最小の自然数 p は $\boxed{\text{キ}}$ であり,

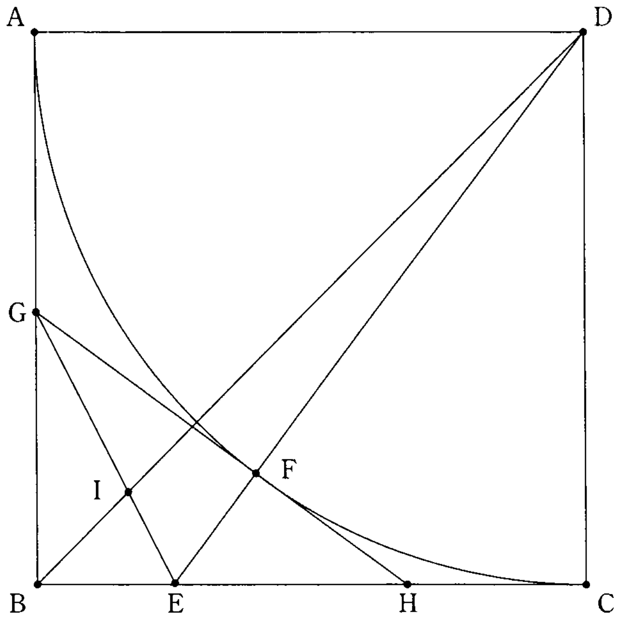
$$\sum_{k=1}^{100} b_k = \boxed{\text{クケコ}}$$

である。

第4問 (選択問題)(配点 20)

1辺の長さが1の正方形ABCDの辺BCを1：3に内分する点をEとする。Dを中心とする半径1の円と，線分DEとの交点をFとする。点Fにおけるこの円Dの接線と辺AB, BCとの交点をそれぞれG, Hとする。さらに直線GEと直線BDとの交点をIとする。 $\boxed{キ}$ ～ $\boxed{サ}$ には，次の⓪～Ⓕのうちから正しいものを一つずつ選べ。

⓪ EH	① FD	② FE	③ GE	④ GF	⑤ GH
⑥ GI	⑦ GJ	⑧ IE	⑨ JB	Ⓐ BEI	Ⓑ BIE
Ⓒ EBI	Ⓓ EFG	Ⓔ FEG	Ⓕ FGE		



(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(1) 点 I が△BGH の内心であることを示す。E は BC を 1 ： 3 に内分するから

$$\mathrm{EC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。△ECD において三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いれば

$$\mathrm{ED} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。よって $\mathrm{EF} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

△GBE と△GFE は直角三角形で，斜辺 GE を共有し，BE = $\boxed{\text{キ}}$ であるから△GBE ≡ △GFE が成り立つ。ゆえに∠BGE = ∠ $\boxed{\text{ク}}$ となる。一方，

$$\angle \mathrm{GBI} = 45^\circ = \angle \boxed{\text{ケ}}$$

であるから I は△BGH の内心であることがわかる。

(2) 次に，△BGH の内接円 I の半径 r を求める。GA = GF = GB なので，G は AB の中点であることがわかる。I から GB に下ろした垂線と GB との交点を J とする。JI = $\boxed{\text{コ}}$ = r であって JI//BE であるから

$$\mathrm{GB} : \mathrm{BE} = \boxed{\text{サ}} : \mathrm{JI}$$

が成り立つ。ゆえに $r = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

第5問 (選択問題)(配点 20)

次のプログラムを考える。ただし，120行のTHENの後は，コロン「:」で区切られた複数の命令をその順に実行させるものである。

```
100 INPUT "A = "; A
110 INPUT "B = "; B
120 IF B <= 0 THEN PRINT "B <= 0 です。終了します。" : GOTO 240
130 X = 0
140 Y = A
150 IF A < 0 THEN GOTO 200
160 IF Y < B THEN GOTO 230
170 X = X + 1
180 Y = Y - B
190 GOTO 160
200 X = X - 1
210 Y = Y + B
220 IF Y < 0 THEN GOTO 200
230 PRINT "X は"; X; ", Y は"; Y; "です。"
240 END
```

(数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。)

(1) A = ?に対して 50, B = ?に対して 11 を入力すると, 170 行は $\boxed{\text{ア}}$ 回,
210 行は $\boxed{\text{イ}}$ 回実行され,

X は $\boxed{\text{ウ}}$, Y は $\boxed{\text{エ}}$ です。

と表示される。

(2) A = ?に対して −50, B = ?に対して 6 を入力すると, 170 行は $\boxed{\text{オ}}$ 回,
210 行は $\boxed{\text{カ}}$ 回実行され,

X は $\boxed{\text{キク}}$, Y は $\boxed{\text{ケ}}$ です。

と表示される。

(3) A = ?に対して 14.9, B = ?に対して 2.5 を入力すると, X の値として

X は $\boxed{\text{コ}}$

と表示され, その右に Y の値として表示される数を既約分数で表すと

$\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。