数学Ⅱ・数学B

問　題	選 択 方 法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	
第６問	

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕

(1) 一般にA，Bを定数とするとき，$x \geqq 0$を満たすすべてのxに対して，xの1次不等式$Ax+B>0$が成り立つ条件は

$$A \geqq \boxed{\text{ア}} \quad \text{かつ} \quad B > \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) $x \geqq 0$を満たすすべてのxに対して，不等式

$$(x+1)\sin^2\alpha + (2x-1)\sin\alpha\cos\alpha - x\cos^2\alpha > 0 \cdots\cdots ①$$

が成り立つようなαの値の範囲を求めよう。ただし，$0° \leqq \alpha \leqq 180°$とする。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

$x \geqq 0$ を満たすすべての x に対して，①が成り立つ条件は

$$\sin \boxed{\text{ウ}}\,\alpha \geqq \cos \boxed{\text{エ}}\,\alpha$$

かつ

$$\sin^{\boxed{\text{オ}}} \alpha > \sin\alpha\cos\alpha$$

が成り立つことである。これより，求める α の値の範囲は

$$\boxed{\text{カキ}}^\circ < \alpha \leqq \frac{\boxed{\text{クケコ}}^\circ}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

〔2〕 正の数 x に対して

$$a = \log_3 x - \frac{7}{2},\quad b = \log_3 x - \frac{5}{2},\quad c = \log_9 x - \frac{5}{2},$$

$$d = \log_9 x - \frac{3}{2}$$

とおく。

(1) $d = 0$ となるような x の値は $x = \boxed{\text{シス}}$ である。

(2) $abcd > 0$ となるような x の値の範囲を求めよう。a, b, c, d のすべてが負の場合には

$$0 < x < \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

となる。a, b, c, d のうち二つが正で残り二つが負の場合には

$$\boxed{\text{タチ}} < x < \boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$$

となる。さらに，a, b, c, d のすべてが正の場合には

$$\boxed{\text{ナニヌ}} < x$$

となる。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(3) $\boxed{\text{タチ}} < x < \boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ の範囲において，a, b, c, d の間には大小関係

$$\boxed{\text{ネ}} < \boxed{\text{ノ}} < \boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{ヒ}}$$

が成り立つ。

第2問 （必答問題）（配点　30）

関数$f(x)$は

$x \leqq 3$のとき　$f(x)=x$

$x > 3$のとき　$f(x)=-3x+12$

で与えられている。このとき，$x \geqq 0$に対して，関数$g(x)$を

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

と定める。

(1)　$0 \leqq x \leqq 3$のとき

$$g(x)=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，$x \geqq 3$のとき

$$g(x)=-\frac{3}{2}x^2+\boxed{\text{エオ}}\,x-\boxed{\text{カキ}}$$

である。

(2)　曲線$y=g(x)$をCとする。C上の点$\mathrm{P}(a,\ g(a))$（ただし，$0<a<3$）におけるCの接線ℓの傾きは$\boxed{\text{ク}}$であるから，ℓの方程式は

$$y=\boxed{\text{ク}}\,x-\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}a^2$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

(3) ℓ と x 軸の交点を Q とすると Q の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}a,\ 0\right)$$

であり，ℓ と C の P 以外の交点を R とすると R の座標は

$$\left(\boxed{\text{ス}}-a,\ \boxed{\text{セ}}\,a-\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}a^2\right)$$

である。

(4) R から x 軸に垂線を引き，x 軸と交わる点を H とするとき，三角形 QRH の面積 S は

$$S=\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}a^3-\boxed{\text{テ}}\,a^2+\boxed{\text{トナ}}\,a$$

である。S は $a=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のとき最大値をとる。

第3問 （選択問題）（配点　20）

一辺の長さが1の，図のような立方体 ABCD–A′B′C′D′ において，AB，CC′，D′A′ を $a:(1-a)$ に内分する点をそれぞれ P，Q，R とし，$\overrightarrow{AB}=\vec{x}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{y}$，$\overrightarrow{AA'}=\vec{z}$ とおく。ただし，$0<a<1$ とする。

(1)　$\overrightarrow{PQ}$，$\overrightarrow{PR}$ を $\vec{x}$，$\vec{y}$，$\vec{z}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{PQ}=\left(\boxed{\text{ア}}-\boxed{\text{イ}}\right)\vec{x}+\vec{y}+\boxed{\text{ウ}}\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{PR}=\boxed{\text{エオ}}\,\vec{x}+(1-a)\,\vec{y}+\vec{z}$$

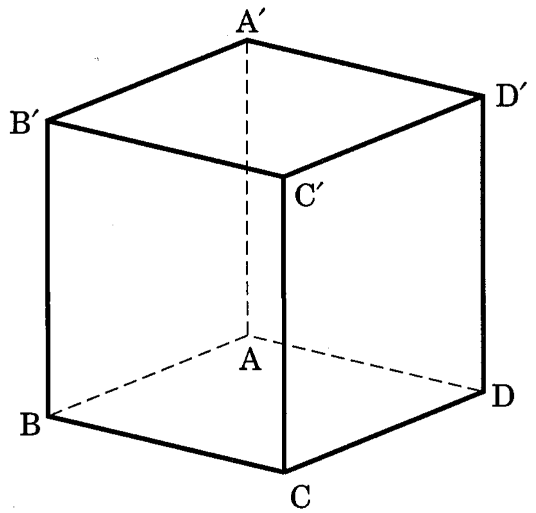
となる。したがって

$$|\overrightarrow{PQ}|:|\overrightarrow{PR}|=1:\boxed{\text{カ}}$$

$$|\overrightarrow{PQ}|^2=\boxed{\text{キ}}\left(a^2-a+\boxed{\text{ク}}\right)$$

$$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}=a^2-a+\boxed{\text{ケ}}$$

であるから，$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PR}$ のなす角は $\boxed{\text{コサ}}$°である。



（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

(2) 三角形PQRの重心をGとすると

$$\overrightarrow{DG} = \frac{\boxed{シ} + \boxed{ス}}{\boxed{セ}}(\vec{x} - \vec{y} + \vec{z})$$

である。$\left(\boxed{シ}\right.$ と $\boxed{ス}$ は解答の順序を問わない。$\left.\right)$

いま，辺C′D′上にSQ＝SRとなるように点Sをとる。このとき，

$\overrightarrow{C'S} = \boxed{ソ}\,\overrightarrow{C'D'}$ となり

$$\overrightarrow{SD} = \left(\boxed{タ} - \boxed{チ}\right)\vec{x} - \vec{z}$$

である。

(3) $\overrightarrow{SG}$ と $\overrightarrow{DG}$ が垂直であるとき，a の値は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$ であり，∠QSR＝$\boxed{トナニ}$°となる。

第4問 （選択問題）（配点　20）

複素数平面上で

$$z_0 = (\sqrt{3} + i)(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$z_1 = \frac{4\{(1 - \sin\theta) + i\cos\theta\}}{(1 - \sin\theta) - i\cos\theta}$$

$$z_2 = -\frac{2}{z_1}$$

の表す点をそれぞれ P_0，P_1，P_2 とする。ただし，$0° < \theta < 90°$ とする。また，$\arg z$ は複素数 z の偏角を表すものとし，偏角は $-180°$ 以上 $180°$ 未満とする。

(1)　$|z_0| = \boxed{\text{ア}}$，$\arg z_0 = \boxed{\text{イウ}}° + \theta$ である。

(2)　z_1 の分母と分子に $(1 - \sin\theta) + i\cos\theta$ をかけて計算すると

$$z_1 = \boxed{\text{エ}}(-\sin\theta + i\cos\theta)$$

となる。よって，$|z_1| = \boxed{\text{オ}}$，$\arg z_1 = \boxed{\text{カキ}}° + \theta$ である。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(3) $\left|\dfrac{z_1}{z_0}\right| = \boxed{\text{ク}}$, $\arg\dfrac{z_1}{z_0} = \boxed{\text{ケコ}}^\circ$

であるから，$\mathrm{P_0P_1} = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4) 原点O，$\mathrm{P_0}$，$\mathrm{P_1}$，$\mathrm{P_2}$ の4点が同一円周上にある場合を考える。このとき $\angle \mathrm{OP_2P_1}$ を考えると

$$\arg\frac{z_1 - z_2}{-z_2} = -\boxed{\text{スセ}}^\circ$$

であるから，

$$\boxed{\text{ソ}}\cos 2\theta - \boxed{\text{タ}} = 0$$

が成り立つ。よって

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。

第5問 (選択問題) (配点 20)

1から8までの整数のいずれか一つが書かれたカードが，各数に対して1枚ずつ合計8枚ある。Dさんがカードを引いて，賞金を得るゲームをする。その規則は次のとおりである。

100円のゲーム代を払って，カードを1枚引き，書いてある数がXのとき，$pX+q$円を受け取る。ここで，p，qは正の整数とする。

(1) 確率変数Xの平均(期待値)は$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$であり，分散は$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$である。

(2) Dさんがカードを1枚引いて受け取る金額からゲーム代を差し引いた金額をY円とする。確率変数Yの平均をNとするとき，Nをpとqを用いて表すと

$$N=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}p+q-\boxed{\text{クケコ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(3) $N=0$ を満たす p, q の値の組の総数は $\boxed{\text{サシ}}$ である。その中で, p の最小値は $\boxed{\text{ス}}$, 最大値は $\boxed{\text{セソ}}$ である。

(4) Y の分散は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}p^2$ である。したがって, $N=0$ のとき Y の分散の最小値 C は, $p=\boxed{\text{テ}}$ のとき起こり, $C=\boxed{\text{トナ}}$ である。

第6問 （選択問題）（配点　20）

座標平面上に三つの点P(2，0)，Q(9，7)，R(8，a)がある。点S(x,y)の座標とaを入力し，P，Q，Rのうちで，Sに最も近い点とその点までの距離の2乗を出力するプログラムを以下のように作った。ただし，x，y，aは整数を入力するものとする。

プログラム1

```
100 INPUT "x,y=";X,Y
110 INPUT "a=";A
120 P=(X-2)*(X-2)+Y*Y
130 Q=(X-9)*(X-9)+(Y-7)*(Y-7)
140 R=(X-8)*(X-8)+(Y-A)*(Y-A)
150 D=P
160 E=Q
170 F=R
180 IF D<E THEN [ ア ]
190 IF E<F THEN [ イ ]
200 PRINT "距離の2乗は";[ ウ ]
210 PRINT "その点は"
220 IF [ ウ ] =P THEN PRINT "点P"
230 IF [ ウ ] =Q THEN PRINT "点Q"
240 IF [ ウ ] =R THEN PRINT "点R"
250 END
```

(1) $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$は，それぞれ「DとEの値を入れかえる」と「EとFの値を入れかえる」ということを意味する。それぞれに当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

⓪ G=D:D=E:E=G　　① D=E:G=D:E=G　　② G=D:E=G:D=E
③ G=E:E=F:F=G　　④ E=F:G=E:F=G　　⑤ G=E:F=G:E=F

(2) $\boxed{ウ}$に入る文字を，次の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

⓪ P　① Q　② R　③ D　④ E　⑤ F　⑥ G

（数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。）

(3) プログラム1を実行して x, y=? に対し 5, 4 を入力した。そのあと a を入力して，3点P，Q，Rすべてが出力されるためには a として [エ] または [オ] を入力しなければならない。

(4) プログラム1と同じ出力を得るために 150～190 行を次の4行で置きかえた。

```
150 M=P
160 IF Q<M THEN [カ]
170 IF R<M THEN [キ]
180 [ウ] =M
```

プログラム中の [カ]，[キ] に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。

⓪ Q=M　① M=Q　② M=R　③ R=M

(5) プログラム1を変更して，距離の2乗の最大値とその点を出力するプログラムにするには，[ク] だけでよい。[ク] に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 180 行目と 190 行目を入れかえる

① [ウ] の文字のみを変更する

② 180，190 行の IF 文の中の不等式をそれぞれ D>E，E>F に変更する

③ 180，190 行の IF 文の中の不等式をそれぞれ D>E，E>F に変更し，さらに，180 行目と 190 行目を入れかえる

(6) プログラム1を変更して，最小値と最大値の両方を出力するようにするために，まず 180 行と 190 行の前後にそれぞれ1行追加し，

```
175 FOR K=1 TO [ケ]
180 IF D<E THEN [ア]
190 IF E<F THEN [イ]
195 NEXT K
```

とする。これで，最小値は [コ] に，最大値は [サ] に代入されることになる。あとは点を出力する 200 行以降の部分を修正するだけでよい。

[ケ] には，180 行と 190 行を繰り返す回数のうちで，題意に適する最小のものを答えよ。また，[コ]，[サ] に当てはまるものを，(2)の選択肢⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。