数学Ｉ・数学Ａ

問　題	選択方法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか１問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	

第１問 (必答問題) (配点　40)

〔1〕　2次関数

$$y = -2x^2 + ax + b$$

のグラフを C とする。C は頂点の座標が

$$\left(\frac{a}{\boxed{\text{ア}}},\ \frac{a^2}{\boxed{\text{イ}}} + b\right)$$

の放物線である。C が点 $(3,\ -8)$ を通るとき,

$$b = \boxed{\text{ウエ}}\,a + 10$$

が成り立つ。このときのグラフ C を考える。

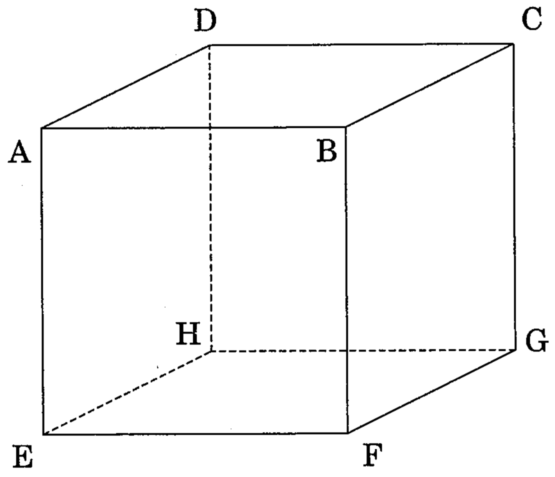
(数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。)

(1) C が x 軸と接するとき，$a =$ $\boxed{\text{オ}}$ または $a =$ $\boxed{\text{カキ}}$ である。$a =$ $\boxed{\text{カキ}}$ のときの放物線は，$a =$ $\boxed{\text{オ}}$ のときの放物線を x 軸方向に $\boxed{\text{ク}}$ だけ平行移動したものである。

(2) C の頂点の y 座標の値が最小になるのは，$a =$ $\boxed{\text{ケコ}}$ のときで，このときの最小値は $\boxed{\text{サシ}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕



一辺の長さが1の立方体の8個の頂点 A, B, C, D, E, F, G, H が図のような位置関係にあるとする。この8個の頂点から相異なる3点を選び，それらを頂点とする三角形をつくる。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(1) 三角形は全部で $\boxed{\text{スセ}}$ 個できる。また，互いに合同でない三角形は全部で $\boxed{\text{ソ}}$ 種類ある。

(2) △ABC と合同になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり，また，正三角形になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3) 三角形の面積の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ト}} + \boxed{\text{ナ}}\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

第2問 (必答問題) (配点 40)

〔1〕

(1) p, q, rを実数とし, xについての整式A, Bを

$$A = x^3 + px^2 + qx + r$$

$$B = x^2 - 3x + 2$$

とする。

(a) AをBで割ったときの商が$x - 1$であった。このとき, $p = \boxed{\text{アイ}}$ である。

(b) AをBで割ったときの余りがxで割り切れた。このとき,

$$r = \boxed{\text{ウ}}\,p + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(c) AをBで割ったとき, その商と余りが等しくなった。このとき,

$$q + r = \boxed{\text{オ}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) a, b を実数として，次の $\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に，下の ⓪～Ⓖ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

$$(|a+b|+|a-b|)^2 = 2\,(a^2+b^2+\boxed{\text{カ}})$$

であるから，$(|a+b|+|a-b|)^2 = 4a^2$ が成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{キ}}$ である。$\boxed{\text{キ}}$ でないときは

$$(|a+b|+|a-b|)^2 = \boxed{\text{ク}}$$

となる。

また，$\dfrac{1}{2}(|a+b|+|a-b|) = b$ が成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

⓪ a^2	① b^2	② $4a^2$	③ $4b^2$
④ ab	⑤ $\lvert ab\rvert$	⑥ $2ab$	⑦ $2\lvert ab\rvert$
⑧ a^2-b^2	⑨ b^2-a^2	Ⓐ $\lvert a^2-b^2\rvert$	Ⓑ $a^2 \leqq b^2$
Ⓒ $a^2 \geqq b^2$	Ⓓ $a \leqq \lvert b\rvert$	Ⓔ $\lvert a\rvert \leqq b$	Ⓕ $a \geqq \lvert b\rvert$
Ⓖ $\lvert a\rvert \geqq b$			

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔2〕 $\triangle$ABC において，$AB=5$，$BC=2\sqrt{3}$，$CA=4+\sqrt{3}$ とする。このとき，

$$\cos A = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。$\triangle$ABC の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シス}}+\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2}$$

である。

（数学Ｉ・数学Ａ第２問は次ページに続く。）

Bを通りCAに平行な直線と△ABCの外接円との交点のうち，Bと異なる方をDとするとき， $BD = \boxed{タ} - \sqrt{\boxed{チ}}$ であり，台形ADBCの面積は $\boxed{ツテ}$ である。

第3問 (選択問題) (配点 20)

(1) 等比数列 18, $-6\sqrt{3}$, 6, …… の第6項は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり,

初項から第15項までの奇数番目の項の和は $\dfrac{\boxed{\text{オカキク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である。

(2) 数列

$$1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3,\ 4,\ 4,\ 4,\ 4,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 6,\ \cdots\cdots$$

の第 n 項を a_n とする。この数列を

$$1 \mid 2,\ 2 \mid 3,\ 3,\ 3 \mid 4,\ 4,\ 4,\ 4 \mid 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5 \mid 6,\ \cdots\cdots$$

のように1個, 2個, 3個, 4個, ……と区画に分ける。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

第1区画から第20区画までの区画に含まれる項の個数は $\boxed{\text{シスセ}}$ であり，$a_{215} = \boxed{\text{ソタ}}$ となる。また，第1区画から第20区画までの区画に含まれる項の総和は $\boxed{\text{チツテト}}$ であり，

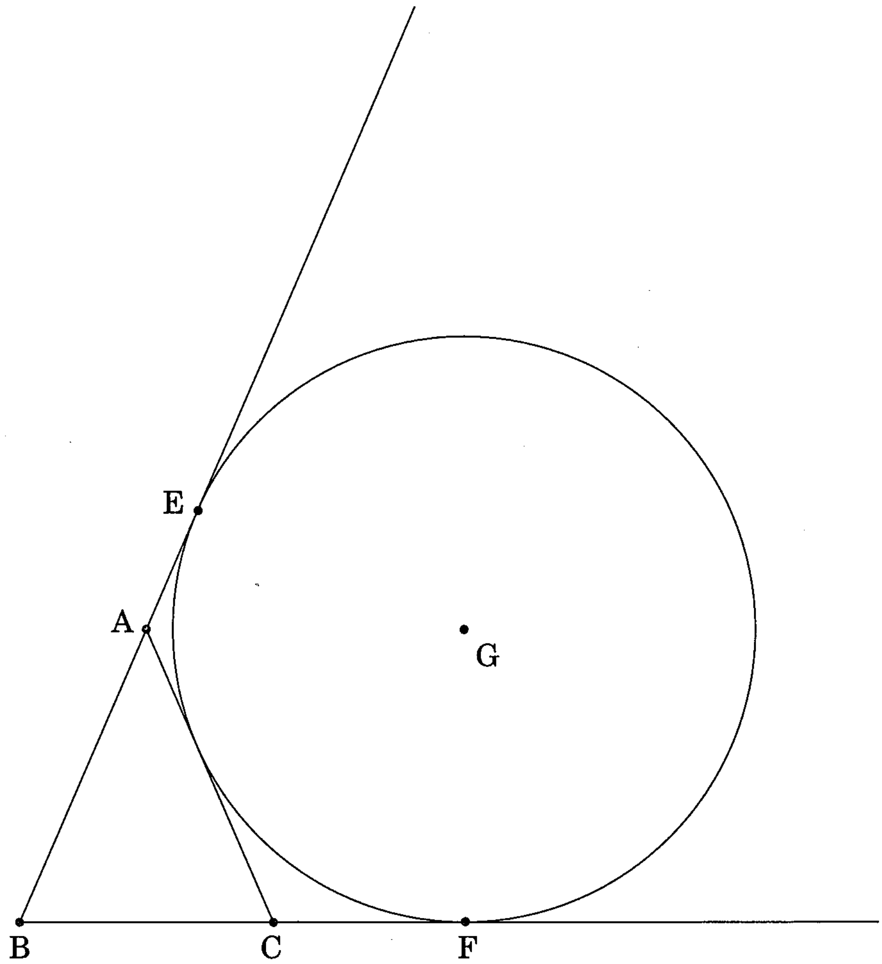
$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots\cdots + a_n \geqq 3000$$

となる最小の自然数 n は $\boxed{\text{ナニヌ}}$ である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

AB＝ACである二等辺三角形ABCの内接円の中心をIとし，内接円Iと辺BCの接点をDとする。辺BAの延長と点Eで，辺BCの延長と点Fで接し，辺ACと接する∠B内の円の中心（傍心）をGとする。

次ページの文章中の $\boxed{\text{アイ}}$，$\boxed{\text{ウエ}}$，$\boxed{\text{オカ}}$ については，当てはまる文字をA〜Gのうちから選べ。ただし，**オ**と**カ**は解答の順序を問わない。



（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(1) AD ＝ GF が成り立つことを示そう。

$$2\angle EAG = \angle E\boxed{\text{アイ}} = \angle ABC + \angle B\boxed{\text{ウエ}} = 2\angle ABC$$

であるから，∠EAG ＝∠ABC となる。したがって，直線 $\boxed{\text{オカ}}$ と直線 BF は平行である。さらに，A，I，D は一直線上にあって，

$$\angle ADC = \angle GFD = \boxed{\text{キク}}^\circ$$

であるから，四角形 ADFG は $\boxed{\text{ケ}}$ となる。よって，AD ＝ GF である。ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ には，次の⓪〜③のうちから最もふさわしいものを選べ。

⓪ 正方形　① 台 形　② 長方形　③ ひし形

(2) AB ＝ 5，BD ＝ 2 のとき，IG の長さを求めよう。まず，AD＝ $\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}$ であり，

$$AI = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

となる。また，∠AGI ＝∠CBI ＝∠ABI であるから，AG ＝ $\boxed{\text{セ}}$ となり，

$$IG = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

下のプログラムは，自然数 N を入力して，$\boxed{\text{ア}}$ を小さい順に a(1)= ，a(2)= ，… と表示し，さらにそれらの和を S= と表示するものである。ただし，このプログラムにおいて，INT(A)は A を超えない最大の整数を表す。

$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ N 以下の正の奇数で 3 の倍数であるもの

① N 以下の正の奇数で 3 の倍数でないもの

② N 以下の正の偶数で 3 の倍数であるもの

③ N 以下の正の偶数で 3 の倍数でないもの

```
100 S=0
110 T=0
120 INPUT "N=";N
130 FOR K=1 TO N
140 IF INT(K/2)=K/2 THEN GOTO 190
150 IF INT(K/3)=K/3 THEN GOTO 190
160 T=T+1
170 S=[ イ ]
180 PRINT "a("; [ ウ ] ;")="; [ エ ]
190 NEXT K
200 PRINT "S=";S
210 END
```

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

(1) $\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選び，プログラムを完成させよ。

⓪ N　　① K　　② S

③ T　　④ S+1　　⑤ S+K

(2) このプログラムを実行して，Nとして10を入力すると，a(1)から a($\boxed{\text{オ}}$)までと S= $\boxed{\text{カキ}}$ が表示される。このとき，150行は $\boxed{\text{ク}}$ 回実行され，そのうち $\boxed{\text{ケ}}$ 回は160行の実行に進んだ。

(3) 最初のプログラムで140行を

```
140 IF INT(K/2)<K/2 THEN GOTO 160
```

と変更したのち，Nとして10を入力するとa(1)からa($\boxed{\text{コ}}$)までと S= $\boxed{\text{サシ}}$ が表示される。